

基礎数学 D (2013/12/20)

担当: 戸松 玲治 web site: <http://www.math.sci.hokudai.ac.jp/~tomatsu>

対象: 2 年生

後半の授業の参考書をいくつかあげておきます. 数学の本は必ずしも全部読まなくてもよくて, 必要な箇所だけ読めば OK です.

小林昭七	続微分積分読本	読みやすくとてもよい.
杉浦光夫	解析入門 II	辞書代わりに使うのがよい.
齋藤毅	微積分	厳密にやりたいけど, 杉浦はちょっと…という人向け.
高木貞治	解析概論	これも辞書代わりによい.

後半は積分論がテーマです. ただし**厳密にはやりません**. ここでいう積分論はジョルダン流の測度論というやつで, 定義や定理にまったく不自然で面倒くさい仮定がついてまわります. それは大雑把に言うと, たちのよい集合や, たちのよい関数が少ないからです. ルベーグ流の測度論ではこれらのクラスがより広がり, 面倒くさい仮定が一気に解消します. ですから極論すれば, ジョルダン流の測度論は古くてあまり使わないし, どうせルベーグ積分を学ぶのだし, 別に完璧な理論展開をする必要もないのです. この授業では feeling を養うことを重視し, 大体の証明は sketch です.

さて通常, 証明がややこしくて一番難しいのは, 「変数変換の公式」です. 置換積分の多変数版のことです. これが厳密に n 次元で証明されているのは, 上の 4 つの中で杉浦本の一つだけです. そして証明も読む気を削ぐのに十分な面倒くささです (実際私は読んだことがありません!).

実はルベーグ積分でスッキリとした証明を与えることができます. ルベーグ積分に興味湧いてきましたよね(?).

W. Rudin Real and complex analysis.

Rudin 本はとてもよい本として名高く, たとえば, 変数変換の公式の証明はルベーグ積分を使ったシンプルかつ厳密なものです (ブラウワーの不動点定理を使う). 院を目指す人はセミナーや独習書として使用するとよいと思います.

ルベーグ積分は 3 年でやるし少し勉強しておきたい, という人のために.

新井仁之 ルベーグ積分講義

新井本は, お話の調子で議論がゆっくり進んでいくので丁寧ですが, ちょっとできる人には冗長に思え, 逆に難しく思えてしまうかもしれません.

吉田伸生 ルベーグ積分入門

吉田本は, 世の中に流通していない記号が多くて, その点はすごく嫌です. ただ, ルベーグ積分の理論展開の仕方 ($\mathbb{R}$ のルベーグ測度の存在の証明は後回し) が魅力的で, 実際この通りやるのがよいと思います.

Section 1		準備
	§1.1	集合論の記号
	§1.2	$\mathbb{R}^n$ の内積, 完備性
	§1.3	開集合と閉集合
	§1.4	コンパクト集合
	§1.5	連続関数
Section 2		多変数関数の微分
	§2.1	偏微分
	§2.2	高階偏微分, C^r 級関数
	§2.3	方向微分
	§2.4	微分可能性
	§2.5	テイラー展開
Section 3		束縛条件なしの極値問題
	§3.1	極値
	§3.2	正定値行列, 負定値行列
	§3.3	ヘッセ行列による極値の判定法
Section 4		陰関数定理 I
	§4.1	陰関数定理 I
Section 5		束縛条件ありの極値問題 I
	§5.1	ラグランジュの未定乗数法 I
Section 6		陰関数定理 II
	§6.1	ベクトル値関数の微分
	§6.2	陰関数定理 II
	§6.3	逆関数定理
Section 7		束縛条件ありの極値問題 II
	§7.1	ラグランジュの未定乗数法 II
Section 8		多変数関数の積分法
	§8.1	多重積分, 累次積分
	§8.2	変数変換の公式
	§8.3	曲線と曲面
	§8.4	表面積と面積分
	§8.5	線積分とグリーンの定理
	§8.6	ベクトル場
	§8.7	ストークスの定理
	§8.8	ガウスの定理
	§8.9	微分形式の軽い入門

1 週目	10 月 2 日	1.1, 1.2
	10 月 4 日	1.2, 1.3
2 週目	10 月 9 日	1.3, 1.4
	10 月 11 日	1.5
3 週目	10 月 16 日	2.1
	10 月 18 日	2.2
4 週目	10 月 23 日	2.3, 2.4
	10 月 25 日	2.5, 3.1
5 週目	10 月 30 日	3.2
	11 月 1 日	3.3
6 週目	11 月 6 日	休み (出張)
	11 月 8 日	休み (出張)
7 週目	11 月 13 日	4.1
	11 月 15 日	4.1, 5.1
8 週目	11 月 20 日	5.1
	11 月 22 日	中間試験
9 週目	11 月 27 日	6.1
	11 月 29 日	6.2
10 週目	12 月 4 日	6.2
	12 月 6 日	6.3
11 週目	12 月 11 日	7.1
	12 月 13 日	8.1, 8.2
12 週目	12 月 18 日	8.3
	12 月 20 日	8.4
13 週目	12 月 25 日	8.5
	12 月 27 日	冬期休暇
14 週目	1 月 8 日	8.6
	1 月 10 日	8.7
15 週目	1 月 15 日	8.8
	1 月 17 日	休み
16 週目	1 月 22 日	8.9
	1 月 24 日	8.9
17 週目	1 月 29 日	休み (出張)
	1 月 31 日	期末試験
18 週目	2 月 5 日	休み
	2 月 7 日	期末試験答案返却